

ПРЕДИСЛОВИЕ

Есть некоторые вещи, подвластные только манге*.

Если вы открыли эту книгу, то вы принадлежите к одному из следующих типов людей:

Первые — те, кто просто любит мангу и думает: «Математические выкладки, описанные с помощью манги? Потрясающе!» Если вы принадлежите их числу, то немедленно отнесёте эту книгу на кассу — и не пожалеете. У этой манги очень привлекательные рисунки. И неудивительно: их нарисовал популярный художник манги Син Тогами, а сценарий написала Бэком Лтд. — компания, производящая настоящую мангу.

Вы можете возразить: «Манга, обучающая математике, не может быть интересной». На первый взгляд, это так. Когда в издательстве «Омша» (Ohmsha) меня попросили написать эту книгу, я почти отказался. Многие из так называемых «обучающих манг» разочаровывают. В них может быть огромное количество рисунков, но они не являются настоящей мангой. Но после того, как я увидел мангу «Омшы» (это была манга по статистике), я передумал. Её действительно было приятно читать. Издатель сказал, что моя книга будет такой же, поэтому я принял его предложение. Я и раньше часто думал, что мог бы лучше преподавать математику, используя мангу, так что это была хорошая возможность проверить мою идею. Я гарантирую, что чем большим фанатом манги вы являетесь, тем больше вам понравится эта книга. Так чего же вы ждёте? Сейчас же уесите её на кассу и покупайте!

Второй тип людей — это те, кто взял эту книгу с мыслями: «Хоть математика и внушает мне ужас и/или у меня на неё аллергия, манга может помочь мне её понять.» Если вы из их числа, то эта книга для вас. Она не просто объясняет дифференциальное и интегральное исчисление с помощью манги, но и сам способ объяснения основательно отличается от используемого в традиционных учебниках. Во-первых, книга даёт представление о том, что именно делает дифференциальное и интегральное исчисление и для чего оно нужно. Пока вы этого не поймёте, вы не сможете его правильно использовать. Вы просто окажетесь в жалком положении зазубривания формул и правил. Эта книга объясняет все формулы, основанные на идее приближения первого порядка, помогая вам визуализировать значение формул и с лёгкостью их понять. Благодаря этому уникальному методу обучения вы можете быстро и легко перейти от дифференцирования к интегрированию. Более того, я позаимствовал оригинальный метод объяснения дифференцирования и интегрирования тригонометрических и показательных функций, который не описывается в обычных учебниках, — обычно это остаётся какой-то тарабарщиной для многих людей даже после многократных объяснений. Эта книга также идёт дальше, объясняя даже разложение в ряд Тейлора и определение частной производной. Наконец, я привлёк трёх постоянных потребителей исчисления: физику, статистику и экономику, чтобы они составили часть этой книги, предоставив множество примеров практического применения дифференциального и интегрального исчисления. Благодаря всем этим уловкам вы сможете воспринимать исчисление не как трудную науку, а как полезный инструмент.

Я опять же подчеркну: всё это стало возможным благодаря манге. Почему при чтении манги вы можете получить больше информации, чем при чтении романа? Потому что манга — это визуальные данные, представленные в виде комиксов. Исчисление — это ветвь математики, описывающая динамические явления. Таким образом, изучение дифференциального и интегрального исчисления с помощью манги является отличной идеей. Теперь переверните страницу и насладитесь красивой мангой по дифференцированию и интегрированию.

*Хироюки Кодзима
Ноябрь 2005*

* Манга — японские комиксы.

СОДЕРЖАНИЕ

Пролог.	
ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ	1

Глава 1.	
ДИФФЕРЕНЦИРУЕМ ФУНКЦИИ!	15
1.1. Аппроксимация функций.....	16
1.2. Относительная погрешность	27
1.3. Применение производных.....	32
1.4. Вычисление производной.....	39
1.5. Упражнения к главе 1	41

Глава 2.	
ИЗУЧАЕМ ПРИЁМЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ!	43
2.1. Производная суммы функций	48
2.2. Производная произведения функций.....	53
2.3. Дифференцирование многочленов.....	62
2.4. Нахождение максимумов и минимумов	64
2.5. Теорема о среднем	72
2.6. Производная частного от деления функций	74
2.7. Производная сложной функции.....	75
2.8. Производная обратной функции	75
2.9. Формулы для дифференцирования	76
2.10. Упражнения к главе 2	76

Глава 3.

ИНТЕГРИРУЕМ ФУНКЦИИ!..... 77

- 3.1. Найдём концентрацию спирта 82
- 3.2. Основная теорема интегрирования..... 91
- 3.3. Применение формул интегрирования 95
- 3.4. Применение основной теоремы интегрирования ... 101
- 3.5. Сводка по основной теореме интегрирования 110
- 3.6. Упражнения к главе 3 112

Глава 4.

ИЗУЧАЕМ ПРИЁМЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ!..... 113

- 4.1. Танцы и тригонометрические функции 114
- 4.2. Косинус и тень.....120
- 4.3. Интегрирование тригонометрических функций123
- 4.4. Показательная и логарифмическая функции129
- 4.5. Обобщение показательной и логарифмической функций.....133
- 4.6. Свойства показательной и логарифмической функций.....138
- 4.7. Другие применения основных теорем140
- 4.8. Упражнения к главе 4142

Глава 5.

ИЗУЧАЕМ РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД ТЕЙЛОРА!.....143

- 5.1. Асагакэ Таймс. Главный офис144
- 5.2. Как получить разложение в ряд Тейлора153
- 5.3. Разложение различных функций в ряд Тейлора.....158
- 5.4. Что даёт Разложение в ряд Тейлора.....159
- 5.5. Упражнения к главе 5176

Глава 6.

ИЗУЧАЕМ ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ!.....177

6.1. Функции нескольких переменных	178
6.2. Линейные функции нескольких переменных	182
6.3. Частные производные	189
6.4. Полные дифференциалы	195
6.5. Условия существования экстремумов	197
6.6. Применение частных производных в экономике... ..	200
6.7. Частная производная сложной функции. Цепное правило	204
6.8. Упражнения к главе 6	216

Эпилог.

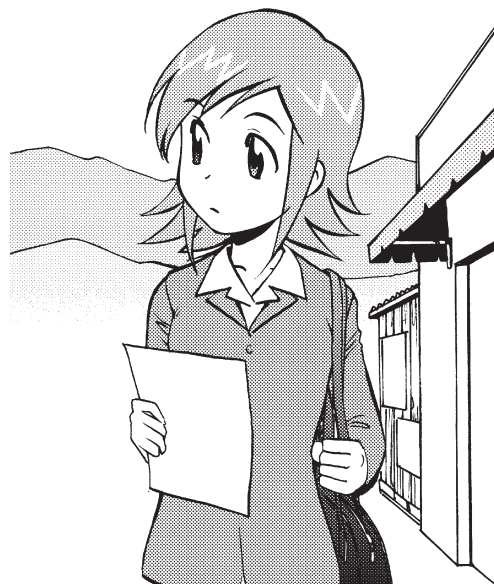
ЗАЧЕМ НУЖНА МАТЕМАТИКА?.....217

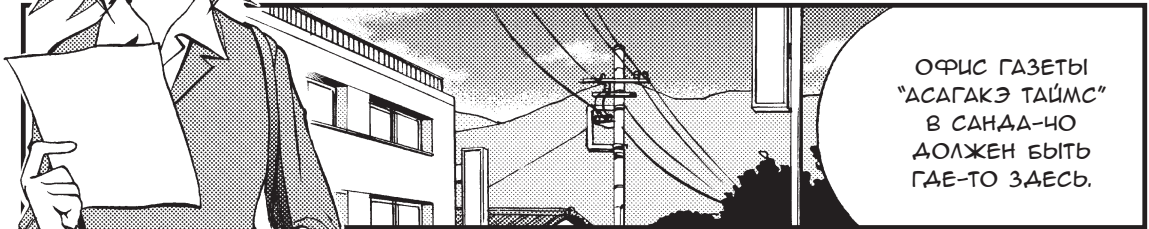
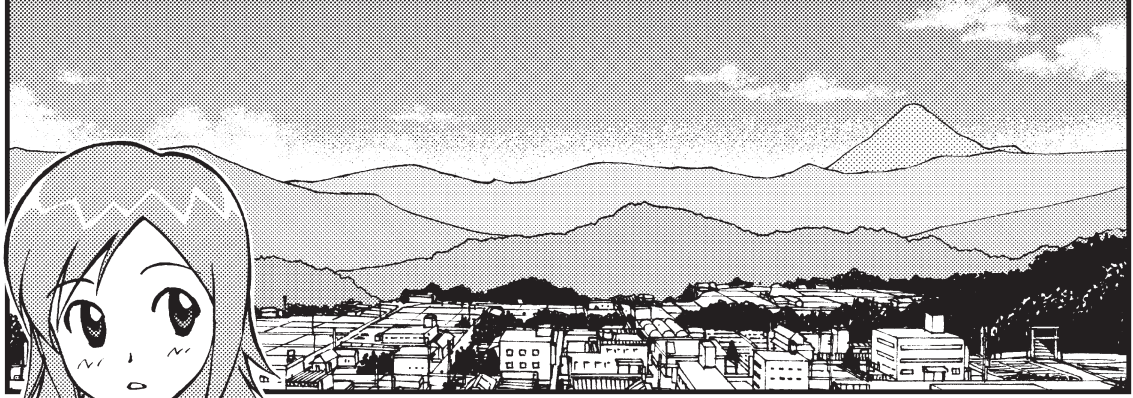
ПРИЛОЖЕНИЯ..... 223

П.1. Решения к упражнениям	224
П.2. Основные формулы, теоремы и функции	227
П.3. Алфавитный перечень	230

ПРОЛОГ

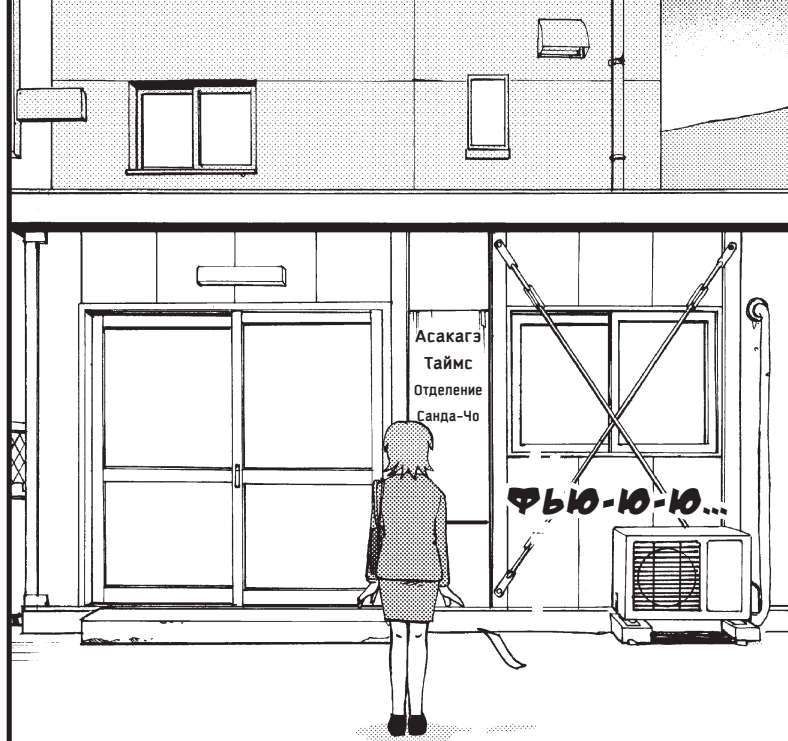
ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ







Асакагэ
Таймс
Отделение
Санда-Чо

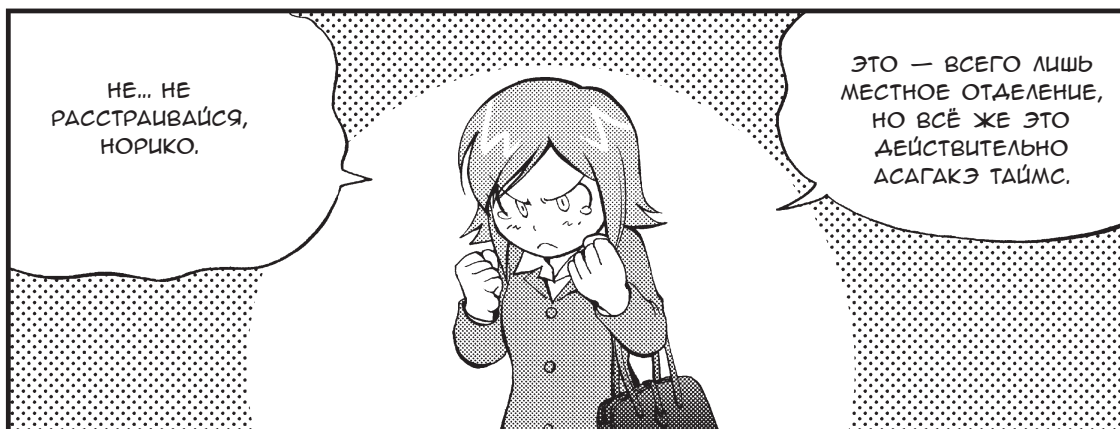


О, НЕТ! ЭТО ЖЕ
СБОРНЫЙ ДОМИК!

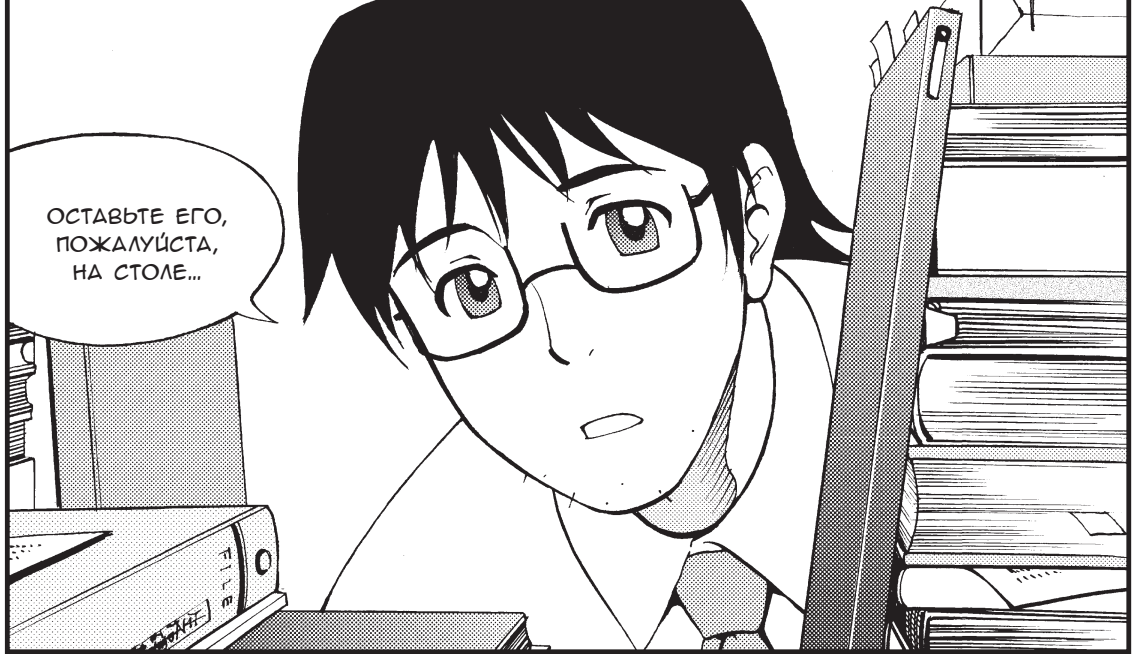


НЕ... НЕ
РАСТРАИВАЙСЯ,
НОРИКО.

ЭТО — ВСЕГО ЛИШЬ
МЕСТНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ,
НО ВСЁ ЖЕ ЭТО
ДЕЙСТВИТЕЛЬНО
АСАГАКЭ ТАЙМС.







ОСТАВЬТЕ ЕГО,
ПОЖАЛУЙСТА,
НА СТОЛЕ...



ПОДОЖДИТЕ,
ЧТО ВЫ
СКАЗАЛИ?



О, ТАК ЭТО ТЕБЯ
ДОЛЖНЫ БЫЛИ
СЕГОДНЯ
ПРИСЛАТЬ!



Я — НОРИКО
ХИКИМА.

ТРУДНО БЫЛО
ДОБРАТЬСЯ?
Я — КАКЕРУ СЭКИ,
ГЛАВА ЭТОГО
ОТДЕЛЕНИЯ.

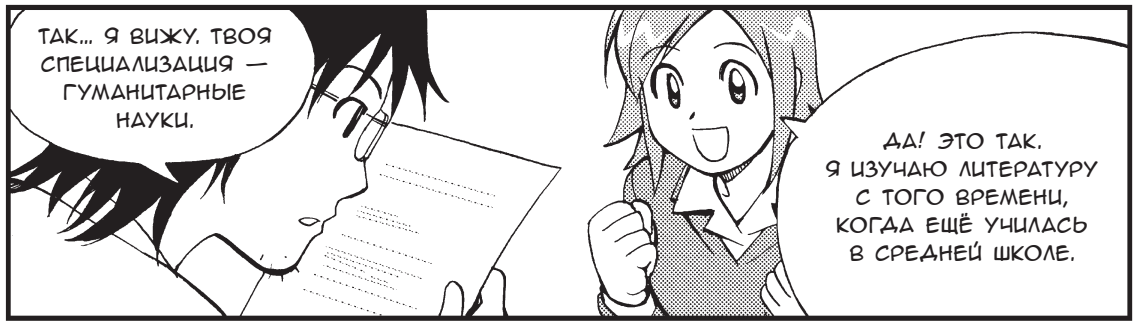


БОЛЬШОЙ ПАРЕНЬ
ТАМ — ЭТО
ФУТОШИ МАСУИ,
МОЙ ЕДИНСТВЕННЫЙ
СЛУЖАЩИЙ.

ХР-Р-Р...

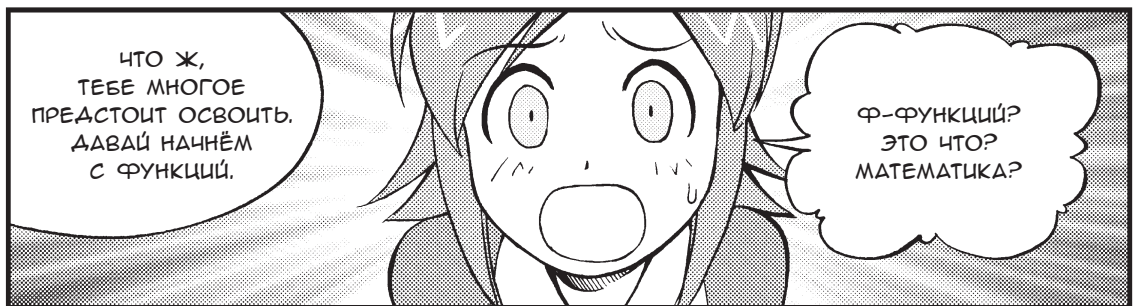
ИХ ВСЕГО
ДВОЕ...





ТАК... Я ВИЖУ. ТВОЯ СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ — ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ.

ДА! ЭТО ТАК. Я ИЗУЧАЮ ЛИТЕРАТУРУ С ТОГО ВРЕМЕНИ, КОГДА ЕЩЁ УЧИЛАСЬ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ.



ЧТО Ж, ТЕБЕ МНОГОЕ ПРЕДСТОИТ ОСВОИТЬ. ДАВАЙ НАЧНЁМ С ФУНКЦИЙ.

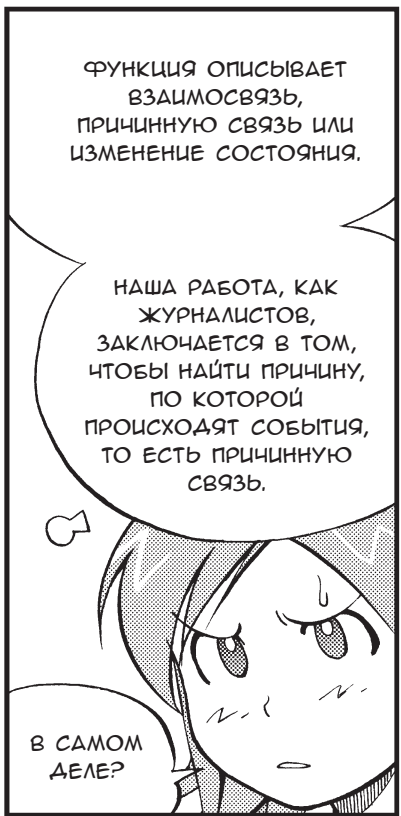
Ф-ФУНКЦИИ? ЭТО ЧТО? МАТЕМАТИКА?



ИЗМЕНЕНИЕ ОДНОГО ПРОЦЕССА ВЛИЯЕТ НА ДРУГОЙ ПРОЦЕСС. ФУНКЦИЯ — ЭТО ИХ СООТНОШЕНИЕ.

МОЖНО СЧИТАТЬ, ЧТО САМ МИР — ЭТО ОДНА БОЛЬШАЯ ФУНКЦИЯ.

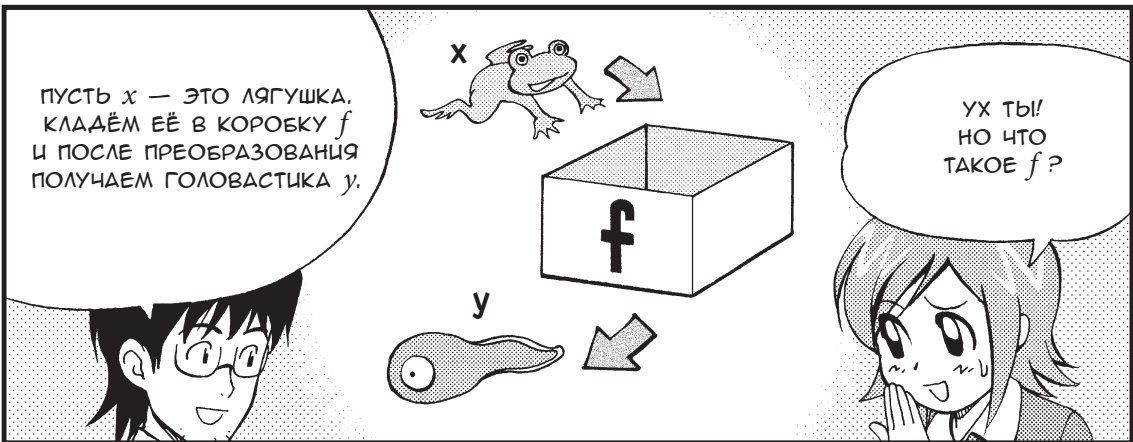
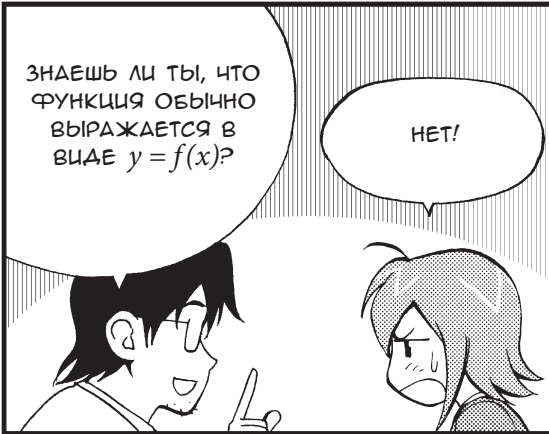
ПРОЛОГ. ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ

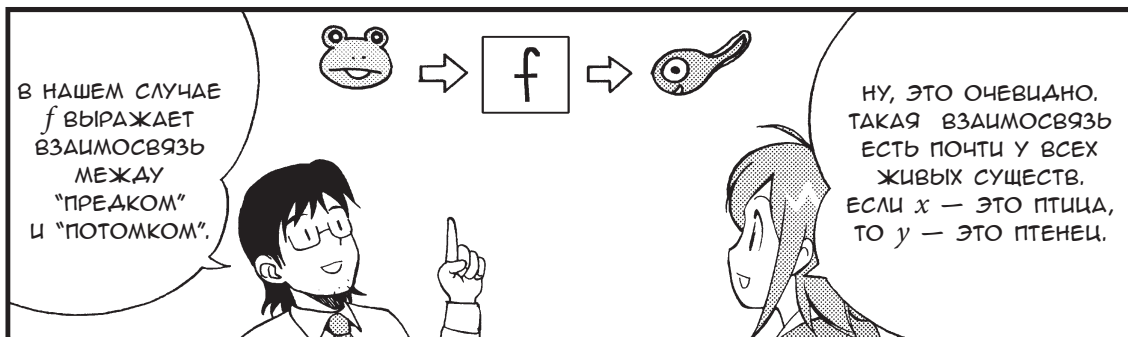


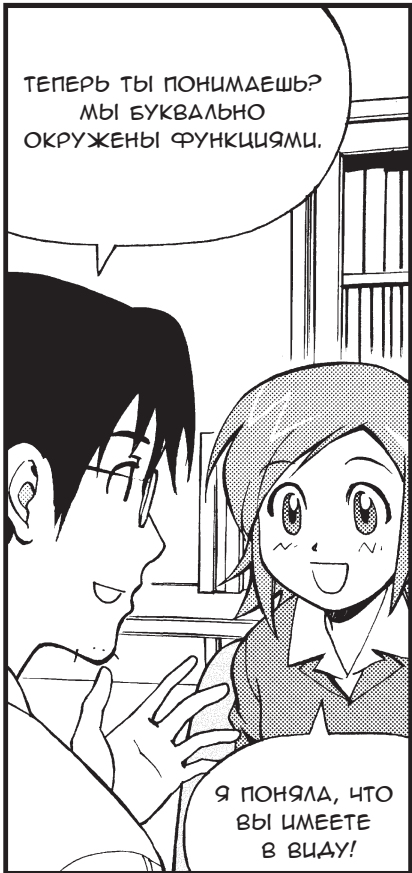
ФУНКЦИЯ ОПИСЫВАЕТ ВЗАИМОСВЯЗЬ, ПРИЧИННУЮ СВЯЗЬ ИЛИ ИЗМЕНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ.

НАША РАБОТА, КАК ЖУРНАЛИСТОВ, ЗАКЛЮЧАЕТСЯ В ТОМ, ЧТОБЫ НАЙТИ ПРИЧИНУ, ПО КОТОРОЙ ПРОИСХОДЯТ СОБЫТИЯ, ТО ЕСТЬ ПРИЧИННУЮ СВЯЗЬ.

В САМОМ ДЕЛЕ?







ТЕПЕРЬ ТЫ ПОНИМАЕШЬ?
МЫ БУКВАЛЬНО
ОКРУЖЕНЫ ФУНКЦИЯМИ.

Я ПОНЯЛА, ЧТО
ВЫ ИМЕЕТЕ
В ВИДУ!



У НАС С ТОБОЙ
ВПЕРЕДИ МНОГО
ВРЕМЕНИ, ЧТОБЫ
ПОДУМАТЬ ОБ ЭТИХ
ВЕЩАХ СПОКОЙНО.

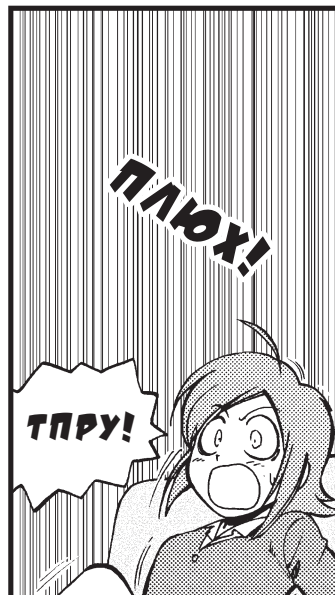


ВЕЩИ, О КОТОРЫХ ТЫ
ЗАЕСЬ УЗНАЕШЬ,
МОГУТ КОГДА-НИБУДЬ
ОКАЗАТЬСЯ ПОЛЕЗНЫМИ.



У НАС МАЛЕНЬКИЙ
ОФИС, НО Я НАДЕЮСЬ,
ЧТО ТЫ ПОКАЖЕШЬ
СЕБЯ С ЛУЧШЕЙ
СТОРОНЫ.

ДА... Я
ПОСТАРАЮСЬ.



ПЛЮХ!

ТПРУ!

